

Ministerul Educației și Cercetării
Serviciul Național de Evaluare și Examinare

Olimpiada Națională de Matematică 2005
Etapa județeană și a municipiului București
5 martie 2005
CLASA A VIII-A

Subiectul 1. Fie M mulțimea numerelor pozitive, exprimate prin fracții subunitare, periodice și care au perioada formată din zece cifre distincte.

- a) Să se afle media aritmetică a elementelor mulțimii M .
- b) Să se arate că există un număr natural n , $1 < n < 10^{10}$, astfel încât $n \cdot a - a \in \mathbf{N}$, oricare ar fi $a \in M$.

Subiectul 2. Fie $ABCD$ și $ABEF$ pătrate situate în plane perpendiculare și O intersecția dreptelor AE și BF . Dacă $AB = 4$, calculați:

- a) distanța de la punctul B la dreapta de intersecție a planelor (DOC) și (DAF);
- b) distanța dintre dreptele AC și BF .

Subiectul 3. Să se arate că, dacă cercurile circumscrise fețelor unui tetraedru au raze egale, atunci muchiile opuse ale tetraedrului sunt congruente două câte două.

Subiectul 4. Arătați că oricum am numerota vârfurile unui cub cu cifrele de la 1 la 8, există două vârfuri diagonal opuse (relativ la diagonala mare), unite printr-o linie frântă formată din trei muchii ale cubului, astfel încât suma celor patru numere scrise în vârfurile acestei linii frânte să fie cel puțin 21.

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii